LE CARACTÈRE PRÉVISIONNEL DU MODÈLE GARCH (1,1) SELON DIFFÉRENTS HORIZONS DE PRÉVISIONS DE LA VOLATILITÉ

par

Jean-François Laplante, étudiant M.Sc. Finance, Université de Sherbrooke

et

Jean Desrochers, professeur de finance, Université de Sherbrooke

SOMMAIRE

Cette étude porte sur le caractère prévisionnel des modèles de prévisions de la volatilité. Cinq modèles sont analysés soit : le modèle de la marche aléatoire, le modèle de la moyenne historique, le modèle de la régression linéaire simple, le modèle de lissage exponentiel et le modèle GARCH (1,1).

Selon de nombreuses études, il semblerait que l'utilisation des modèles ARCH/GARCH améliore significativement le degré de précision de la volatilité. Cependant, la majorité des recherches effectuées jusqu'à présent, porte sur un horizon de prévisions à très court terme, généralement un mois. Donc, l'objectif de cette recherche est d'analyser s'il existe une amélioration significative de la prévision de la variabilité selon différents horizons de prévisions par l'utilisation d'un modèle GARCH (1,1).

Pour ce faire, nous avons étudié les erreurs de prévisions de la variabilité de l'indice TSE-300 selon les différents modèles énumérés précédemment. Le meilleur modèle de prévisions de la variabilité est celui qui minimise les termes d'erreurs. Bref, l'hypothèse à confirmer est de vérifier si la prévision de la volatilité à l'aide d'un modèle GARCH (1,1) fournit les plus petites erreurs statistiques de prévisions selon différents horizons d'investissement.

Selon notre étude, nous observons que le modèle GARCH (1,1) représente un bon modèle de prévisions de la variabilité de l'indice TSE-300 sur des horizons d'un mois. Cependant, les résultats obtenus pour le modèle de la marche aléatoire surpassent légèrement les résultats du modèle GARCH pour ce même horizon de prévisions. Pour un horizon de prévisions de la variabilité de trois mois, le meilleur modèle est celui du lissage exponentiel, suivi du modèle de la marche aléatoire. D'un autre côté, le modèle de la régression linéaire est le meilleur modèle de prévisions de la volatilité pour un horizon de six mois. Quant au modèle GARCH (1,1), il vient seulement au quatrième rang, devant le modèle de la moyenne historique, pour les périodes de prévisions de la volatilité de l'indice TSE-300 de trois, six et douze mois. Par ailleurs, l'utilisation de la moyenne historique est couramment utilisée en finance. Fait surprenant, ce modèle est le pire modèle de prévisions de la volatilité de l'indice TSE-300 parmi tous les modèles étudiés et ce, pour des horizons d'un, trois, six et douze mois.

INTRODUCTION

Pendant de nombreuses années, l'intérêt des chercheurs était orienté vers la prévision des taux de rendements des actifs financiers. Désormais, leur attention est portée sur la prévision de la variabilité de ces rendements. La prévision de la volatilité trouve plusieurs applications pratiques. En effet, elle est utilisée dans l'analyse des décisions de sélection temporelle, dans la sélection de portefeuilles et dans les modèles d'évaluation des options. En ce qui concerne la détermination de la valeur d'une option, le modèle d'évaluation de *Black et Scholes (1973)* attribue à la volatilité un rôle central. La formule de *Black et Scholes* nous indique que la valeur d'une option d'achat est fonction de cinq paramètres, soit le cours actuel de l'actif sous-jacent, le prix d'exercice de l'option, le taux d'intérêt sans risque, le temps qu'il reste à écouler avant l'expiration de l'option et la volatilité future du cours de l'actif sous-jacent.

1. Problématique et objectif de la recherche

Parmi les cinq paramètres du modèle de *Black et Scholes* énumérés précédemment, seule la volatilité doit être estimée afin de déterminer la valeur d'une option. En outre, il peut résulter un écart important entre la valeur marchande d'une option et celle calculée à partir de la formule de *Black et Scholes*. Par conséquent, si on suppose que le marché canadien des options est efficient et que le modèle théorique proposé par *Black et Scholes* est approprié, cet écart serait attribuable à une sur ou sous-estimation de la variance du rendement de l'actif sous-jacent. Il est donc impératif de trouver un modèle qui fournisse la meilleure prévision de la volatilité du titre sous-jacent. De plus, en ayant une prévision de qualité, la gestion du risque en sera de beaucoup améliorée.

Selon *West et Cho (1995)* et *Brailsford et Faff (1996)*, il semble que l'utilisation des modèles ARCH/GARCH améliore le caractère prévisionnel de la volatilité. En effet, *Brailsford et Faff* concluent que les modèles GARCH et de la régression linéaire simple représentent les meilleurs modèles de prévisions de la variabilité. Ces derniers ont testé différents modèles de prévisions de la volatilité sur le marché australien pour un horizon d'un mois. Dans une autre étude portant sur le sujet, *Boudoukh et Richardson (1997)* arrivent à la conclusion que le modèle GARCH représente le pire modèle de prévisions parmi ceux analysés pour un horizon de six mois.

Ces deux conclusions contradictoires nous laissent entendre qu'il n'existerait pas d'amélioration de la prévision de la variabilité par l'utilisation des modèles ARCH/GARCH dans une optique à plus ou moins long terme. Donc, l'objectif de cette recherche sera d'examiner s'il existe une amélioration significative de la prévision de la volatilité par l'utilisation d'un modèle GARCH selon différents horizons d'investissement.

Pour ce faire, nous avons mesuré les erreurs de prévisions de la volatilité selon différents modèles en utilisant l'indice TSE-300 pour des horizons d'un, trois, six, et 12 mois. Les modèles analysés sont : le modèle de la marche aléatoire (MMA), le modèle de la moyenne historique (MMH), le modèle de la régression linéaire simple (MRL), le modèle de lissage exponentiel (MLE) et le modèle GARCH (1,1).

2. Données et leur provenance

Les données journalières de l'indice TSE-300 nécessaires à notre recherche sont obtenues à l'aide de la base de données *TSE Western*[1]. Notre échantillon représente 2 521 observations couvrant la période de janvier 1987 à décembre 1996. Il est à noter qu'un biais dans l'estimation des paramètres peut être introduit dû à la grande volatilité sur les marchés financiers entourant le célèbre lundi noir du 19 octobre 1987 puisque aucun ajustement n'a été pris en compte. Par conséquent, on devrait s'attendre à ce que les modèles surestiment la variance. Le tableau 1 contient une description statistique des données utilisées pour notre recherche.

[1] Banque de données compilée par l'Université Western en Ontario avec l'aide de la Bourse de Toronto.

Tableau 1 Description statistique des rendements quotidiens du TSE-300

Nombre d'observations	2 521	Test de Ryan-Joiner	0,89350
Moyenne	0,00038	Minimum	-0,11964
Écart-type	0,00712	Q1	-0,00264
Coefficient d'asymétrie (Skewness)	-2,3496	Médiane	0,00059
Coefficient d'aplatissement (Kurtosis)	51,8814	Q3	0,00383
Étendue de Student	28.9661	Maximum	0,08646

Les résultats obtenus sont conformes avec de nombreuses études. En effet, un examen des données révèle que la distribution est étirée à gauche et trop pointue. D'une façon plus spécifique, le coefficient d'asymétrie est de –2,35 et le coefficient d'aplatissement évalué à 51,88.

3. Méthodologie

Puisque les options sur indices sont couramment utilisées par les gestionnaires de portefeuilles pour couvrir leurs positions, nous avons choisi d'analyser la variabilité de l'indice TSE-300. Cet indice mesure le rendement total de 300 actions canadiennes inscrites à la Bourse de Toronto. Toutefois, au Canada, les options sur indices boursiers portent sur le TSE-35. Étant donné que les données de l'indice TSE-35 n'étaient pas disponibles au moment d'effectuer cette recherche, nous avons retenu l'indice TSE-300. Cependant, les principales conclusions de cette recherche pourront s'appliquer à l'indice TSE-35 puisque cet indice et le TSE-300 sont fortement corrélés. En effet, une simulation des changements dans les prix des deux indices sur une base quotidienne révèle que l'indice composé du TSE-300 et l'indice TSE-35 ont un coefficient de corrélation de 0,98[2].

Afin d'atteindre l'objectif fixé pour cette recherche, nous devons confirmer l'hypothèse suivante :

> La prévision de la volatilité à l'aide du modèle GARCH (1,1) fournit les plus petites erreurs statistiques de prévisions sur les différents horizons étudiés.

Nous avons utilisé des données journalières obtenues de la base de données du *TSE Western* afin de prévoir la variabilité de l'indice TSE-300. Le choix de l'utilisation de données journalières plutôt que de données mensuelles s'explique par le fait que les modèles GARCH sont beaucoup plus performants en utilisant des données quotidiennes qu'en utilisant des données mensuelles lorsque l'horizon de prévisions est relativement court. De plus, l'estimation de la variabilité par les modèles GARCH nécessite un grand nombre d'observations. Or, l'utilisation de données mensuelles rend difficile l'estimation des paramètres de ces modèles. Par contre, l'utilisation des données mensuelles plutôt que des données quotidiennes dans le cas des modèles concurrents n'améliore pas la qualité des prévisions de ceux-ci.

Selon *Hatch*, le rendement des actions peut être plus précis par l'utilisation d'un log-normal que par une distribution de probabilité qui suit une loi normale[3]. Par ailleurs, la formule de *Black et*

[2] HATCH, James E., «Investment Management in Canada», 2nd Edition, Prentice Hall, Scarborough, 1989, p. 597.
[3] Op cit. Hatch, p.445

Scholes suppose que les rendements se distribuent selon une loi de log-normal. Donc, nous avons calculé les rendements du TSE-300 selon la formule suivante :

Équation 1

$$r_t = \ln\left(TSE_t / TSE_{t-1} \right)$$

où r_t est le taux de rendement continu au temps t et TSE_t est l'indice boursier au temps t.

Puisque la volatilité est mesurée par la variance des rendements d'un actif financier et afin de s'assurer que les modèles de prévisions de la volatilité analysés utilisent seulement les données contenant l'ensemble de l'information courante, la volatilité mensuelle est définie comme suit :

Équation 2

$$\sigma^2_{(t)} = \sum_{t=1}^{N_T} \left(r_{(t)} - E(r) \right)^2$$

où $r_{i(t)}$ est le taux de rendement quotidien défini à l'équation 1, $E(r)$ est le taux de rendement moyen du mois et N_T est le nombre de jours de transactions dans le mois t.

L'échantillon a été regroupé en deux sous-périodes. Le premier groupe de l'échantillon couvrant la période de janvier 1987 à décembre 1991 (mois t = 1,2,…60) sert à estimer les paramètres des modèles sous étude, tandis que la seconde groupe sert à vérifier la qualité des prévisions.

Comme la plupart des modèles analysés nécessitent que la série sous étude soit stationnaire. Donc, nous avons effectué un test des racines unitaires par l'équation de régression proposée par *Nelson et Plosser (1982)*[4]. Le test de stationnarité utilisé est le test de *Dickey-Fuller* augmenté. Ce test consiste à vérifier si γ est différent de zéro dans l'équation de régression suivante :

Équation 3

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma\, y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^{p} \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \varepsilon_t$$

Le choix du nombre de retards est reporté dans la colonne intitulée p dans le tableau 3. Les valeurs estimées des coefficients a_0, a_2 et γ sont reportées dans les colonnes 3, 4 et 5, respectivement.

Tableau 2 Tests pour les racines unitaires (*Nelson et Plosser*)

Séries	p	a_0	a_2	γ	
Indice TSE-300	13	170,0804 (2,1410)	0,101798 (2,5800)	-0,040603 (-2,3504)	
Rendements du TSE-300	13	0,000046	0,000002	-0,726619	*

[4] ENDERS, Walter, Applied Econometric Time Series, John Wiley & Son, 1995, p.234.

	(0,1647)	(0,8908)	(-12,6552)

Notes : 1) p est égal aux nombres d'observations (2 521) à la puissance un tiers.
2) Le niveau de signification statistique mesuré par la *statistique t* est entre parenthèses. Sous l'hypothèse nulle, le coefficient γ est égal à zéro. Sous l'hypothèse non nulle de non-stationnarité, il est nécessaire d'utiliser la valeur critique de *Dickey-Fuller*. À un niveau de confiance de 95 %, la valeur critique de la *statistique t* pour l'hypothèse que $\gamma = 0$ est égale à –3,41.
3) L'astérisque (*) indique que nous rejetons l'hypothèse nulle et nous concluons que la série semble être stationnaire.

Comme nous pouvons le constater dans le tableau 3, pour la série des rendements du TSE-300, la valeur de γ est significativement différente de zéro. Par conséquent, nous pouvons conclure que les séries sont stationnaires. L'hypothèse d'une racine unitaire de la série des rendements du TSE-300 peut être rejetée.

3.1 Les modèles sous étude

3.1.1 Modèle de la marche aléatoire

En vertu du modèle de la marche aléatoire (MMA), la meilleure prévision de la variance est la variance observée de la période courante.

Équation 4

$$\hat{\sigma}^2_{(t+1)}(MMA) = \sigma^2_{(t)}$$

où $\sigma^2_{(t)}$ est la mesure de la variance selon l'horizon de la prévision définie à équation 2.

3.1.2 Modèle de la moyenne historique (MMH)

Selon l'hypothèse d'une moyenne et d'une variance stationnaires, la meilleure prévision de la variance en fonction de l'horizon de prévisions est la moyenne à long terme de la variance observée dans le passé. Cependant, ce modèle ne tient pas compte que la volatilité évolue dans le temps et accorde à chaque observation la même importance, qu'elle soit éloignée dans le temps ou non..

Équation 5

$$\hat{\sigma}^2_{(t+1)}(MMH) = \frac{1}{t-1}\sum_{t=1}^{n}\sigma^2_{(t)}$$

où $\sigma^2_{(t)}$ est la mesure de la variance selon l'horizon de la prévision définie à l'équation 2 et t est le nombre d'observations.

3.1.3 Modèle de la régression linéaire simple (MRL)

Ce modèle utilise la méthode des moindres carrés ordinaires des variances observées sur la dernière variance observée et le résultat des prévisions de la volatilité est donné par l'équation 6.

Équation 6

$$\hat{\sigma}^2_{(t+1)}(MRL) = \hat{\alpha}_0 + \hat{\beta}_1 \sigma^2_{(t)}$$

Les paramètres de la régression sont estimés initialement à partir des cinq premières années (de 1987 à 1991). L'estimation des paramètres a été subséquemment utilisé pour prévoir la volatilité de janvier 1992. De plus, nous avons estimé les nouveaux paramètres pour chaque mois subséquent pour tenir compte de l'ajout de l'information dans le temps.

3.1.4 Modèle de lissage exponentiel (MLE)

Pareillement à *Dimson et March (1990)*, nous avons utilisé le modèle de lissage exponentiel pour prévoir la variance. Dans ce modèle, la prévision de la volatilité est censée être une fonction de la prévision.

Équation 7

$$\hat{\sigma}^2_{(t+1)}(MLE) = \phi\, \hat{\sigma}^2_{(t)}(MLE) + (1-\phi)\sigma^2_{(t)}$$

où le paramètre de lissage (ϕ) peut varier entre zéro et un. La valeur optimale de ϕ peut être déterminée empiriquement. Lorsque ϕ est de zéro, alors le MLE devient le modèle de la marche aléatoire. Et lorsque ϕ s'approche de l'unité, un poids de plus en plus important est donné à la période de prévisions la plus récente laquelle est grandement influencée par la dernière prévision obtenue.

3.1.5 GARCH (1,1)

Selon *Akgiray (1989), Baillie et DeGennaro (1990)* de même que *Lamoureux et Lestrapes (1990)* le modèle GARCH est généralement le modèle le plus approprié pour prévoir le rendement des titres boursiers. Nous avons appliqué la méthodologie utilisée par *Brailsford et Faff* [5] pour l'estimation des paramètres du modèle GARCH (1,1) ainsi que dans l'établissement des prévisions de la volatilité pour les différents horizons de prévisions. Le modèle GARCH (1,1) est estimé en utilisant la technique du maximum de *likelihood*.

Équation 8

$$r_t = \gamma + \varepsilon_t$$

où $\varepsilon_t \sim N(0, h_t)$ et h_t est représenté par l'équation 9.

Équation 9

$$h_t = \varpi + \beta_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1}$$

[5] Brailsford et Faff, p. 428.

où h_t représente la variance conditionnelle pour prendre en compte la nature du changement de la volatilité du terme d'erreur dans le temps découlant de la moyenne conditionnelle et h_t = $\square^2_{(t+1)}$.

Équation 10

$$\hat{h}_{t+s}(GARCH) = \hat{\varpi}\sum_{i=0}^{s-2}\left(\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1\right)^i + \left(\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1\right)^{s-1}\hat{h}_{t+1}$$

où s = (1, 2, …, N_T) et h_{t+1} représente le jour suivant de la prévision de la volatilité pour le premier jour de chaque mois généré par la contrepartie de l'équation 9.

Équation 11

$$\hat{\sigma}^2_t\left(GARCH\right) = \sum_{s=1}^{Nt}\hat{h}_{t+s}\left(GARCH\right)$$

La prévision de la volatilité en utilisant un GARCH(1.1) est donnée selon l'équation suivante :

Équation 12

$$\hat{\sigma}^2_t\left(GARCH[1.1]\right) = \hat{\omega}\sum_{s=1}^{Nt}\sum_{i=0}^{s-2}\left(\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1\right)^i + \sum_{s=1}^{Nt}\left(\hat{\alpha}_1 + \hat{\beta}_1\right)^{s-1}\hat{h}_{t+1}$$

3.2 Définition des erreurs statistiques

Les erreurs de prévisions engendrées pour les 60 mois selon chacun des modèles analysés sont comparées selon l'erreur moyenne (EM), l'erreur moyenne absolue (EMA), la racine carrée de l'erreur moyenne (RCEM) et le pourcentage de l'erreur moyenne absolue (PEMA) lesquelles se définissent comme suit :

$$EM = \frac{1}{60}\sum_{t=1}^{60}\left(\sigma^2_t - \hat{\sigma}^2_t\right)$$

Équation 13

Équation 14

$$EMA = \frac{1}{60}\sum_{t=1}^{60}\left|\sigma^2_t - \hat{\sigma}^2_t\right|$$

Équation 15

$$RCEM = \sqrt{\frac{1}{60}\sum_{t=1}^{60}(\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)^2}$$

Équation 16

$$PEMA = \frac{1}{60}\sum_{t=1}^{60}\left|(\sigma_t^2 - \hat{\sigma}_t^2)/\sigma_t^2\right|$$

où σ_t^2 est la variance de l'indice TSE-300 réellement observée et $\hat{\sigma}_t^2$ est la variance de l'indice TSE-300 estimée à l'aide des modèles de prévisions de la variance.

Chaque erreur statistique est exprimée sur une base relative par rapport au modèle fournissant la pire erreur de prévisions. En cas de divergences entre les différentes mesures d'erreurs de prévisions, notre choix porte sur le PEMA, puisque le PEMA représente une mesure d'erreur standardisée. Le EM n'est pas une bonne mesure car des erreurs peuvent s'annuler. Cependant, il indique si les modèles de prévisions de la volatilité tendent à sur ou sous-évaluer la volatilité.

4. Résultats des prévisions

Pour chaque modèle analysé, nous présentons dans le tableau 3 les erreurs de prévisions de la volatilité réelles et relatives pour les horizons d'un, trois, six et douze mois. Un examen du tableau 3 révèle qu'il n'y a pas un modèle qui soit nettement supérieur aux autres. Selon la statistique EM, on constate que tous les modèles surestiment la variance, à l'exception des modèles MMA et MLE. La statistique EMA indique que le modèle GARCH(1,1) est le meilleur modèle de prévisions pour une période d'un mois, suivi de très près par le MMA. Le GARCH et le MMA sont respectivement de 51,6% et 51,1% plus précis que le MMH. Sur une période de trois mois, le meilleur modèle de prévisions est le MLE avec une prévision plus précise que le GARCH de 51,8%. Pour un horizon de six mois, le meilleur modèle de prévisions de la variance est le MRL avec une prévision de 25,0% plus précise que le GARCH et 66,7% plus précise que le MMH. Pour ce qui est du modèle le plus performant pour un horizon de douze mois, les résultats sont similaires entre le MMA, le MLE et le MRL. En effet, l'écart entre le meilleur et le troisième meilleur modèle est seulement de 1,8%. Quant à la statistique RCEM, elle favorise le GARCH(1,1) sur une base mensuelle. En effet, le GARCH est 43,8% plus précis que le MMH. Le MLE représente le meilleur modèle de prévisions de la variance sur un horizon de trois mois, suivi du GARCH(1,1). Cependant, le MLE est 40,1% plus précis que le GARCH(1,1). Finalement, la statistique PEMA donne une indication relative parmi tous les modèles de prévisions de la volatilité. Le modèle GARCH(1,1) selon cette statistique donne de bons résultats pour un horizon de prévisions mensuel. Cependant, pour les périodes de prévisions de trois, six et douze mois, le modèle GARCH(1,1) donne de piètres résultats et ce classe au quatrième rang parmi les modèles analysés, devant le MMH. Selon ces différents résultats, nous rejetons l'hypothèse de départ, à savoir que le modèle GARCH(1,1) fournit les plus petites erreurs statistiques pour différents horizons de prévisions de la variance de l'indice TSE-300.

Tableau 3 Erreurs statistiques de la prévision de la volatilité sur différents horizons

	EM	EMA		RCEM		PEMA	
Modèles de prévisions	**Réelle**	**Réelle**	**Relative**	**Réelle**	**Relative**	**Réelle**	**Relative**
Prévisions mensuelles :							
Marche aléatoire	-0,00001	0,00033	0,489	0,00047	0,658	0,63875	0,348
Moyenne historique	0,00057	0,00067	1,000	0,00071	1,000	1,83420	1,000
Régression linéaire	0,00009	0,00039	0,583	0,00052	0,730	0,85665	0,467
Lissage exponentiel	0,00022	0,00044	0,658	0,00051	0,722	1,10046	0,600
GARCH (1,1)	0.00009	0,00032	0,484	0,00040	0,562	0,73631	0,401
Prévisions trimestrielles :							
Marche aléatoire	0,00001	0,00077	0,406	0,00102	0,503	0,46174	0,319
Moyenne historique	0,00180	0,00190	1,000	0,00202	1,000	1,44854	1,000
Régression linéaire	0,00010	0,00078	0,413	0,00110	0,544	0,48344	0,334
Lissage exponentiel	-0,00004	0,00041	0,218	0,00061	0,300	0,24610	0,170
GARCH (1,1)	0,00051	0,00085	0,445	0,00101	0,501	0,62546	0,432
Prévisions semestrielles :							
Marche aléatoire	-0,00005	0,00137	0,356	0,00172	0,414	0,39109	0,291
Moyenne historique	0,00382	0,00384	1,000	0,00416	1,000	1,34604	1,000
Régression linéaire	0,00020	0,00128	0,333	0,00163	0,392	0,37423	0,278
Lissage exponentiel	-0,00005	0,00137	0,356	0,00172	0,415	0,39224	0,291
GARCH (1,1)	0,00114	0,00171	0,444	0,00192	0,463	0,57782	0,429
Prévisions annuelles:							
Marche aléatoire	0,00016	0,00238	0,295	0,00310	0,354	0,32874	0,245
Moyenne historique	0,00807	0,00807	1,000	0,00877	1,000	1,34041	1,000
Régression linéaire	0,00045	0,00252	0,313	0,00314	0,359	0,35930	0,268
Lissage exponentiel	0,00018	0,00246	0,305	0,00317	0,362	0,33990	0,254
GARCH (1,1)	0,00306	0,00356	0,441	0,00403	0,460	0,59862	0,447

Les valeurs calculées sont fournies pour les quatre mesures d'erreurs statistiques par les cinq modèles de prévisions de la variance de l'indice TSE-300, EM est l'erreur statistique moyenne définie par l'équation 13; EMA est l'erreur statistique moyenne en valeur absolue définie par l'équation 14; RCEM est la racine carrée des erreurs statistiques moyennes définie par l'équation 15, et le PEMA est le pourcentage de l'erreur statistique moyenne en valeur absolue définie par l'équation 16, Les erreurs statistiques s'appliquent aux prévisions obtenues de janvier 1992 à décembre 1996, Les erreurs statistiques relatives sont obtenues par un ratio entre l'erreur réelle et le modèle qui fournit la pire prévision de la variance.

5. Conclusion

Dans cette étude, nous avons analysé les erreurs de prévisions de la variance de l'indice TSE-300. Différents modèles ont été testés soit : le modèle de la marche aléatoire (MMA), le modèle de la moyenne historique (MMH), le modèle de la régression linéaire simple (MRL), le modèle de lissage exponentiel (MLE) et le modèle GARCH (1,1).

Dans un premier temps, nous avons défini la problématique reliée à notre étude, l'objectif de cette recherche fut exposé. Dans un deuxième temps, nous avons présenté une description des données utilisées pour réaliser notre étude. Dans un troisième temps, nous avons présenté la méthodologie employée pour répondre à l'objectif de notre recherche. Finalement, les résultats et les principales conclusions de notre étude ont été présentés.

Nous en arrivons à la conclusion que le modèle GARCH(1,1) représente un bon modèle de prévisions de la variance sur une période d'un mois. Par conséquent, nous confirmons les résultats obtenus par *Brailsford et Faff (1996)* pour un horizon de prévisions mensuel. Cependant, nous rejetons les résultats de ces derniers pour un horizon de prévisions trimestriel. En effet, le modèle GARCH(1,1) se classe au quatrième rang pour les différents horizons de prévisions analysés, avec une exception pour un horizon d'un mois. Par conséquent, l'estimation de la volatilité mensuelle par le modèle GARCH(1,1) comme intrant dans le modèle d'évaluation des options de *Black & Scholes* pourrait fournir une bonne estimation de la valeur théorique d'une option

BIBLIOGRAPHIE

AKGIRAY, V., «Conditional heteroscedasticity in time series of stock returns : Evidence and forecasts», Journal of Business, 62, 1989, p. 55-80.

ALEXANDER, C.O., LEIGH, C.T., «On the Covariance Matrices Used in Value at Risk Models», The Journal of Derivatives, (Spring 1997), p. 50-62.

BAILLIE, R.T., R.P., DeGENNARO, «Stock returns and volatility», Journal of Finance and Quantitative Analysis, 1990, p. 203-214.

BOUDOUKH, Jacob and all, «Investigation of class of volatility estimators», Journal of Derivatives, vol. 4, no. 3, (Spring 1997), p. 63-71.

BRAILSFORD, Timothy J., FAFF, Robert W., «An evaluation of volatility forecasting techniques», Journal of Banking & Finance, vol. 20, no. 3, (April 1996), p.419-438.

ENDERS, Walter, Applied Econometric time series, John Wiley & Sons, New York, (1995), 433 p.

FIGLEWSKI, Stephen, «Forecasting volatility», Financial markets, institutions & instruments, vol. 6, no. 1, (1997), p.1-88.

FRENCH, K.R., SCHWERT, W., and STAMBAUGH, R. F., «Expected Stock Returns and Volatility», Journal of Financial Economics, (1987), p. 3-29.

HATCH, James E., «Investment Management in Canada», 2nd Edition, Prentice Hall, Scarborough, 1989, 836p.

HULL, John C., «Options, Futures and Other Derivatives Securities», 2nd Edition, Prentice Hall, New Jersey, 1993, 492p.

LAMOUREUX, C.G., W.D. LASTRAPES, «Persistence in variance, structure change, and the GARCH model», Journal of Business and Economic Statistics, 1990, p.225-234.

MARKOWITZ, Harry, «Portfolio Selection», The Journal of Finance, (1952), p.77-91.

MARKOWITZ, Harry, Portfolio Selection, 2nd Edition, Blackwell, (1991), 384 p.

SCHWERT, William G., «Why Does Stock Market Volatility Change Over Time?», The Journal of Finance, Vol. 64, No. 5, (December 1989), p. 1115-1153.

SCHWERT, William G., SEGUIN, Paul J., «Heteroskedasticity in Stock Returns», The Journal of Finance, (September 1990), p. 1129-1155.

WEST, Kenneth D., CHO, Dougchul, «The predictive ability of several models of exchange rate volatility», Journal of Econometrics, vol. 69, (1995), p.367-391.